UJM 8(1) (2019)

UNNES Journal of Mathematics

http://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/ujm

APLIKASI MODEL MATEMATIKA PREDATOR-PREY DENGAN KONTROL PESTISIDA SEBAGAI UPAYA PENCEGAHAN PENYEBARAN WERENG DI KABUPATEN BANTUL

Irham Taufiq ✉ **dan Denik Agustito**

Prodi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Sarjanawiyata Tamansiswa Jalan Batikan Tuntungan UH III/1043 Yogyakarta

Info Artikel

Sejarah Artikel:
Diterima Nopember 2018
Disetujui Mei 2019
Dipublikasikan Mei 2019

Keywords:
control of the pest,
predator-prey model,
numerical simulation,
equilibrium point

Abstrak

Penelitian ini bertujuan membentuk model matematika yang menunjukan interaksi antara predator dan prey dengan kontrol pestisida. Interaksi antara predator dan prey menggunakan fungsi respon Holling tipe II. Pertumbuhan populasi predator dan prey menggunakan fungsi logistik. Dari Model tersebut diperoleh tiga titik ekuilibrium. Semua titik ekuilibrium tersebut dianalisis menggunakan metode linierisasi. Selanjutnya, simulasi numerik menggunakan software Maple untuk memprediksikan dinamika populasi predator dan prey dengan kontrol pestisida. Kedua populasi tersebut akan bertahan hidup jika tingkat efisiensi pengubahan konsumsi prey terhadap kelahiran predator sama dengan tingkat interaksi antara predator dan prey.

Abstract

This research aimed to construct a mathematical model showed the interaction between predator and prey by control of the pest. The interaction between predator and prey followed functional response Holling type II. The growth of predator and prey populations used the logistics function. There were three equilibrium points for this model. Each of them was linearization method analyzed. Then, numerical simulations used Maple software to predict population dynamics of predator and prey with control of the pest. Both of them will survive if the converting efficiency level of prey consumption to predator birth is equal to the level of interaction between predators and prey.

How to Cite

Taufiq I. & Agustito D. (2019). Aplikasi Model Matematika Predator-Prey dengan Kontrol Pestisida sebagai Upaya Pencegahan Penyebaran Wereng di Kabupaten Bantul. *UNNES Journal of Mathematics* 8(1): 50-55.

✉Alamat korespondensi:
E-mail: irham.taufiq@ustjogja.ac.id

p-ISSN 2252-6943
e-ISSN 2460-5859

PENDAHULUAN

Berdasarkan rekapitulasi data serangan wereng batang cokelat di Bantul yang dihimpun Dinas Pertanian, Pangan, Kelautan dan Perikanan Kabupaten Bantul pada awal Februari 2018, tanaman padi yang terserang wereng seluas 280 hektare dengan luas ancaman 40 hektare. Wereng dapat mentransfer virus yang mengakibatkan warna daun dan batang tanaman padi berubah menjadi kuning, cokelat jerami, dan akhirnya seluruh tanaman padi menjadi mengering (Baehaki dan Mejaya, 2014). Dari uraian tersebut perlu ada usaha untuk menyelamatkan tanaman padi dari serangan hama wereng, yaitu dengan pengendalian laju pertumbuhan hama wereng (Baehaki *et al.*, 2013).

Banyak usaha yang telah dilakukan para petani untuk pengendalian hama wereng maupun hama padi lainnya, salah satunya dengan pemberian pestisida. Penggunaan pestisida secara tidak tepat dapat menyebabkan berbagai dampak yang tidak diinginkan, seperti pencemaran lingkungan, hama menjadi tahan terhadap berbagai jenis pestisida, dan hama menjadi cepat menyesuaikan diri terhadap perubahan lingkungan. Sehingga populasi hama sulit dikendalikan hanya menggunakan pestisida (Arif, 2015). Salah satu usaha pengendalian hama misalnya dengan menggunakan faktor predator/musuh alaminya. Usaha ini dapat berperan dalam praktek pengendalian hama wereng. Hal ini didukung dengan ketersediaan populasi predator biasanya tetap terjaga saat populasi hama rendah dan pola pemangsaan predator dapat memangsa satu atau lebih spesies (Indiati dan Marwoto, 2017).

Salah satu predator hama wereng adalah Kepik (*Cyrtorhinus lividipennis*). Interaksi antara individu memiliki beberapa sifat, salah satunya adalah pemangsaan. Pemangsaan merupakan hubungan antara predator dengan mangsa dalam interaksi dua populasi. Pertumbuhan populasi kepik predator, dalam hal ini, diharapkan dapat menekan laju pertumbuhan populasi wereng (Sianipar, 2015). Dari uraian di atas, menarik untuk diketahui model wereng batang cokelat dan musuh alaminya.

Model matematika, menjadi alat penting untuk mengetahui proses dinamika antara predator dan hama dan menganalisa penyebaran hama pada waktu tertentu, hal ini, sebagai acuan bagi peneliti lain untuk pengendalian hama. Model ini, terdiri dari laju perubahan populasi predator dan populasi hama sebagai mangsa, yang pertama kali dikemukakan oleh Lotka Volterra. Model dasar predator-prey Lotka Volterra dimodifikasi oleh banyak ilmuan, diantaranya dikembangkan oleh Kar et al. (2012) dan Karim (2018). Kemudian pada model ini, ditambahkan pestisida, yaitu zat kimia yang dapat membunuh hama wereng maupun predator.

Unsur penting dalam model ini, adalah respon fungsional yaitu fungsi yang mengambarkan banyak mangsa yang dikonsumsi oleh pemangsa persatuan waktu, dan fungsi logistik pada sistem hama rentan. Selanjutnya, model tersebut diaplikasikan pada populasi wereng batang cokelat yang menyerang Kabupaten Bantul. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk meneliti aplikasi model matematika predator-prey dengan kontrol pestisida sebagai upaya pencegahan penyebaran hama wereng batang cokelat di Kabupaten Bantul.

METODE

Penelitian diawali dengan mengumpulkan berbagai informasi yang terkait wereng batang cokelat dan musuh alaminya pada ekosistem tanaman padi di Kabupaten Bantul. Informasi yang diperlukan berupa fakta-fakta terkait dinamika Kepik predator dan hama wereng batang cokelat dengan kontrol pestisida. Asumsi-asumsi model digunakan dan disusun untuk memberikan informasi tambahan yang tidak diperoleh dari fakta-fakta di lapangan guna untuk membantu memudahkan analisis suatu sistem.

Bentuk persamaan matematika dari model tersebut, dirumuskan dengan memperhatikan diagram transfer yang mengambarkan dinamika predator, hama wereng, dan efek pestisida pada ekosistem tanaman padi. Model matematika yang dihasilkan berbentuk sistem persamaan diferensial. Analisis yang dilakukan terhadap sistem adalah penentuan eksistensi titik ekuilibrium, kriteria kestabilan titik ekuilibrium dan simulasi dengan data wereng dan musuh alaminya yang diperoleh dari Dinas Pertanian, Pangan, Kelautan dan Perikanan Kabupaten Bantul. Dalam simulasi ini, dilakukan dengan bantuan software MAPLE. Hasil simulasi berupa potret fase yang menggambarkan dinamika predator dan prey dengan kontrol pestisida.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut ini akan dibahas mengenai pembentukan model predator prey dengan kontrol pestisida. Jumlah individu pada populasi prey pada waktu *t* dinotasikan dengan $x(t)$, jumlah individu pada populasi predator pada waktu *t* dinotasikan dengan $y(t)$.

Kemudian diasumsikan bahwa populasi predator dan populasi prey bersifat tertutup, artinya tidak ada predator dan prey yang melakukan migrasi. Model predator-prey yang dikaji terdiri dari satu predator dan satu prey. Terjadi interaksi antara prey dan predator. Pertumbuhan prey dan predator mengikuti pertumbuhan logistik.

Selanjutnya, diasumsikan bahwa apabila tidak ada interaksi antara predator dan prey, maka pertumbuhan prey mengikuti model logistik yaitu dengan adanya keterbatasan daya dukung lingkungan sebesar *k* dan tingkat pertumbuhan intrinsik *r* akibatnya prey akan bertambah dengan laju $rx(1-x/k)$. Pemangsaan predator pada kelas prey menggunakan respon Holling tipe II yaitu $g(x)=\gamma x/(\alpha+x)$.

Ketika terdapat interaksi antara predator dan prey sebesar $g(x)$, pertumbuhan prey akan berkurang sebesar $g(x)y$ yang merupakan laju perkalian antara fungsi respon Holling tipe II dengan populasi predator, yaitu $g(x)=\gamma x/(\alpha+x)$ dengan α adalah tingkat pencarian dan penangkapan prey oleh predator akibatnya $g(x)y=\gamma xy/(\alpha+x)$.

Adanya kematian alami pada populasi prey dengan laju μ mengakibatkan populasi prey rentan akan berkurang sebesar μx. Selain itu, kontrol pestisida yang diterapkan pada prey untuk membunuh prey sebesar u. sedangkan θ menyatakan tingkat kematian prey akibat kontrol pestisida. Dengan demikian, laju perubahan jumlah prey terhadap waktu dapat dinyatakan sebagai

$$\frac{dx}{dt}=rx\left(1-\frac{x}{k}\right)-\frac{\gamma xy}{(\alpha+x)}-(\mu+\theta u)x \qquad (1)$$

Kemudian, apabila tidak ada prey maka terjadi penurunan populasi predator dengan tingkat kematian alami sebesar ρ tetapi apabila terdapat prey maka terjadi interaksi antara prey dan predator sebesar $\beta g(x)$, pertumbuhan predator akan bertambah sebesar $\beta g(x)y$ yang merupakan laju perkalian antara fungsi respon Holling tipe I dengan populasi predator, yaitu $g(x)=\gamma\beta x/(\alpha+x)$ dengan β menyatakan pengubahan konsumsi prey ke dalam kelahiran predator. Dengan demikian, laju perubahan jumlah predator terhadap waktu dapat dinyatakan sebagai

$$\frac{dy}{dt}=\frac{\beta\gamma xy}{(\alpha+x)}-\rho y \qquad (2)$$

Berdasarkan (1) dan (2) diperoleh model predator-prey yang berupa sistem persamaan diferensial nonlinier berikut.

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt}&=rx\left(1-\frac{x}{k}\right)-\frac{\gamma xy}{(\alpha+x)}\\&\quad-(\mu+\theta u)x \qquad (3)\\\frac{dy}{dt}&=\frac{\beta\gamma xy}{(\alpha+x)}-\rho y\end{aligned}$$

dengan syarat awal $x(0)=x_0$, dan $y(0)=y_0$ dengan $\mathrm{R}_+^2=\{(x,y)\in R^2 : x\geq 0, y\geq 0\}$.

Model predator-prey berupa sistem persamaan diferensial nonlinier. Penyelesaian kualitatif Sistem (3) dengan cara melihat perilaku sistem di sekitar titik ekuilibrium. Titik ekuilibrium untuk model predator-prey pada Sistem (3) diperoleh jika $\frac{dx}{dt}=0$ dan $\frac{dy}{dt}=0.$

Jika $\frac{dx}{dt}=0$, maka

$$rx\left(1-\frac{x}{k}\right)-\frac{\gamma xy}{(\alpha+x)}-(\mu+\theta u)x=0$$

$$\Leftrightarrow\left[r\left(1-\frac{x}{k}\right)-\frac{\gamma y}{(\alpha+x)}-(\mu+\theta u)\right]x=0$$

diperoleh

$$x=0 \qquad (4)$$

atau

$$r\left(1-\frac{x}{k}\right)-\frac{\gamma y}{(\alpha+x)}-(\mu+\theta u)=0 \qquad (5)$$

Kemudian, jika $\frac{dy}{dt}=0$, maka

$$\frac{\beta\gamma xy}{(\alpha+x)}-\rho y=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\frac{\beta\gamma x}{(\alpha+x)}-\rho\right]y=0$$

diperoleh

$$y = 0 \tag{6}$$

atau

$$\frac{\beta\gamma x}{(\alpha + x)} - \rho = 0 \tag{7}$$

Berdasarkan uraian di atas, dari (4) dan (6) diperoleh titik ekuilibrium yaitu $TE_1 = (0,0)$. Kemudian dari (5) dan (6) diperoleh titik ekuilibrium $TE_2 = \left(\frac{kr - k\mu - k\theta u}{r}, 0 \right)$ yaitu persamaan (6) disubstitusikan ke persamaan (5) diperoleh

$$r\left(1 - \frac{x}{k}\right) - \frac{\gamma(0)}{(\alpha + x)} - (\mu + \theta u) = 0$$

$$\Leftrightarrow r\left(1 - \frac{x}{k}\right) = (\mu + \theta u)$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{x}{k} = \frac{(\mu + \theta u)}{r}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{k} = 1 - \frac{(\mu + \theta u)}{r}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{kr - k\mu - k\theta u}{r}$$

Selanjutnya, dari (5) dan (7) diperoleh titik ekuilibrium

$$TE_3 = \left(x, \frac{(\alpha + x)}{\gamma}\left[r\left(1 - \frac{x}{k}\right) - (\mu + \theta u) \right] \right)$$

Kedua ruas persamaan (7) dikali dengan $(\alpha + x)$ yaitu

$$\beta\gamma x - \rho(\alpha + x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \beta\gamma x - \rho\alpha - \rho x = 0$$

$$\Leftrightarrow (\beta\gamma - \rho)x = \rho\alpha$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\rho\alpha}{\beta\gamma - \rho}$$

Kemudian kedua ruas persamaan (5) dikalikan dengan $k(a + x)$ diperoleh

$$r\left(1 - \frac{x}{k}\right) - \frac{\gamma y}{(\alpha + x)} - (\mu + \theta u) = 0$$

$$\frac{\gamma y}{(\alpha + x)} = r\left(1 - \frac{x}{k}\right) - (\mu + \theta u)$$

$$y = \frac{(\alpha + x)}{\gamma}\left[r\left(1 - \frac{x}{k}\right) - (\mu + \theta u) \right]$$

Selanjutnya, titik ekuilibrium tersebut dianalisis kestabilannya di sekitar titik ekuilibrium tersebut menggunakan linierisasi. Hasil analisis tersebut disajikan pada teorema berikut.

Teorema 1. Jika $r - \mu - \theta u < 0$, maka titik ekuilibrium $TE_1 = (0,0)$ bersifat stabil asimtotik lokal.

Teorema 2. Jika $-r + \mu + \theta u < 0$ dan $\frac{\beta\gamma(kr - k\mu - k\theta u)}{\alpha r + kr - k\mu - k\theta u} - \rho < 0$ maka titik ekuilibrium $TE_2 = \left(\frac{kr - k\mu - k\theta u}{r}, 0 \right)$ bersifat stabil asimtotik lokal.

Teorema 3. Jika $r - \mu - \theta u < 0$, maka titik ekuilibrium $TE_3 = (x_3, y_3)$ bersifat stabil asimtotik lokal.

Simulasi model dilakukan dengan menggunakan Software Maple. Pada bagian ini dilakukan simulasi titik ekuilibrium untuk mengetahui perilaku dinamik penyelesaian sistem (3) dalam jangka waktu yang lama di sekitar titik ekuilibrium tersebut. Dalam simulasi model predator prey ini wereng batang padi coklat sebagai prey, sedangkan Kepik mirid sebagai predator. Simulasi model matematika predator-prey ini pada sistem (3) menggunakan nilai parameter berdasarkan Kar *et al.* (2012) dan data dari Dinas Pertanian, Pangan, Kelautan dan peikanan Kabupaten Bantul.

Adapun nilai-nilai parameter yang digunakan adalah:

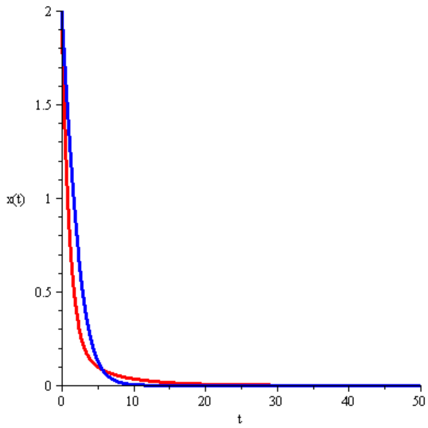
$\gamma = 0,5;\ \theta = 0,5;\ \mu = 0,2;\ \beta = 1,5$

$\alpha = 1;\ \rho = 0,5;\ u = 0,5;\ k = 3;\ r = 1$

$x(0) = 2;\ y(0) = 1;$

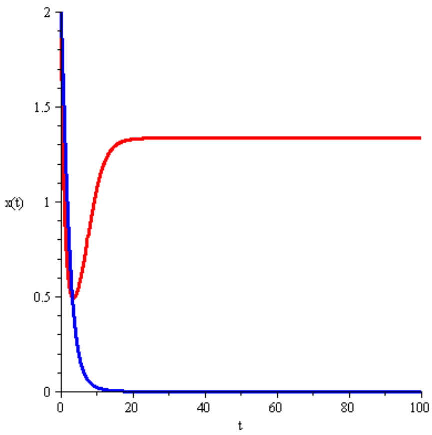
Ada beberapa simulasi numerik yang berbeda yang dilakukan, yaitu

1. Jika pestisida dinaikkan hingga 0,9 maka predator dan prey akan punah seperti ditunjukkan pada Gambar 1.



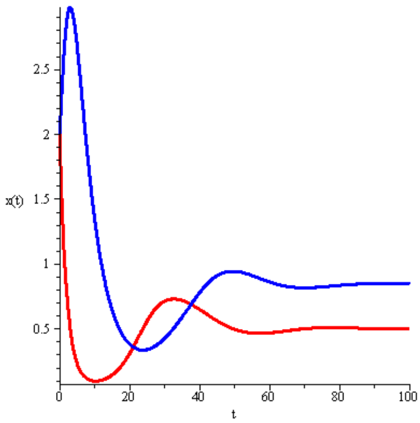
Gambar 1. Potret Fase Sistem (3) untuk $\theta = 0,9$

2. Jika $\beta = 1,5$ dan $\theta = 0,5$ dan parameter lain seperti yang telah ditetapkan, Akibatnya hanya mangsa yang akan tetap bertahan hidup, sedangkan pemangsa akan punah seperti ditunjukkan pada Gambar 2.



Gambar 2. Potret Fase Sistem (3) untuk $\beta = 1,5$ dan $\theta = 0,5$

3. Jika $\gamma = \beta = 1,5$ dan θ=0.5 dan parameter lain seperti yang telah ditetapkan, Akibatnya keeksistensian mangsa dan pemangsa akan tetap ada seperti ditunjukkan pada Gambar 3.



Gambar 3. Potret Fase Sistem (3) untuk $\beta = \gamma$

PENUTUP

Berdasarkan pembahasan diperoleh Model Matematika Predator-Prey dengan Kontrol Pestisida yaitu sistem (3). Sistem (3) memiliki tiga titik ekuilibrium. Kestabilan titik ekuilibrium Sistem (3) dianalisis menggunakan metode linierisasi dan bersifat stabil asimtotik lokal. Kemudian kedua populasi tersebut akan tetap bertahan hidup ketika nilai dari tingkat efisiensi pengubahan konsumsi prey terhadap kelahiran predator sama dengan tingkat interaksi antara predator dan prey.

DAFTAR PUSTAKA

Arif, A. 2017. Pengaruh bahan kimia terhadap penggunaan pestisida lingkungan. *Jurnal Farmasi UIN Alauddin Makassar* 3(4): 134-143.

Baehaki SE, Mejaya, IMJ, dan Sembiring, H, 2013, Implementasi pengendalian hama terpadu dalam pengelolaan terpadu di indonesia. *Pengembangan Inovasi Pertanian* 6(4):198-209

Baehaki, SE dan Mejaya, IMJ, 2014, Wereng Cokelat sebagai Hama Global Bernilai Ekonomi Tinggi dan Strategi Pengendaliannya. *Iptek Tanaman Pangan* 9(1): 1– 12.

Indiati, S. W., dan Marwoto, M. 2017. Penerapan Pengendalian Hama Terpadu (PHT) pada Tanaman Kedelai. *Buletin Palawija*, 15(2): 87-100.

Kar, T.K., Ghorai. A., and Jana, S.W., 2012, Dynamics of Pest and its Predator Model with Disease in the

Pest and Optimal Use of Pesticide, Fever Epidemic Through the use, *American Journal of Theoretical Biology* 310: 187-198.

Karim, IA., 2018, dinamika model predator hama wereng batang cokelat (nilaparvata lugens) pada tanaman padi dengan penerapan pestisida. *Faktor Exacta* 11 (1): 94-102

Sianipar, MS, 2015, Populasi Hama Wereng Batang Coklat (Nilaparvata Lugens Stal.) Dan Keragaman Serangga Predatornya Pada Padi Sawah Lahan Dataran Tinggi Di Desa Panyocokan, Kecamatan Ciwidey, Kabupaten Bandung, *Jurnal Agrikultura Unpad* 26(2):111-121.