UJM 10 (1) 2021
UNNES Journal of Mathematics
http://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/ujm

ESTIMASI PARAMETER DISTRIBUSI GAMMA PADA DATA TERSENSOR TIPE II MENGGUNAKAN ALGORITMA FISHER-SCORING

Yustika Rakhma Apriliani✉**, Nur Karomah Dwidayati, Arief Agoestanto**

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia
Gedung D7 Lt. 1, Kampus Sekaran Gunungpati, Semarang 50229

Info Artikel

Sejarah Artikel:
Diterima November 2020
Disetujui Juni 2021
Dipublikasikan Juni 2021

Keywords:
Estimasi Parameter, Distribusi Gamma, Maximum Likelihood Estimation, Algoritma Fisher-Scoring.

Abstrak

Estimasi merupakan metode untuk mengetahui perkiraan nilai suatu populasi dengan menggunakan nilai-nilai sampel. Dalam metode estimasi, parameter yang ditaksir berupa nilai rata-rata dan simpangan baku. Nilai estimasi parameter distribusi Gamma dicari dengan menggunakan metode maximum likelihood estimation. Estimasi parameter dilakukan dengan menyelesaikan persamaan maksimum likelihood. Persamaan tersebut diperoleh melalui perhitungan turunan parsial fungsi likelihood terhadap masing-masing parameternya. Persamaan yang diperoleh berbentuk implisit, sehingga perhitungan nilai estimatornya dilakukan dengan menggunakan iterasi algoritma *Fisher*-Scoring berbantuan program matlab. Setelah melakukan dua kali iterasi diperoleh nilai estimator parameter α = 1.3163030 dan β = 2.3264578. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa estimasi tersebut bersifat tidak konsisten sehingga perlu dilakukan pengkajian kembali pada penelitian selanjutnya.

Abstract

Estimation is a method for knowing the estimated value of a population using sample values. In the estimation method, the estimated parameters are mean and standard deviation. The estimated value of the Gamma distribution parameters is sought using the maximum likelihood estimation method. Parameter estimation is done by solving the maximum likelihood equation. This equation is obtained by calculating the partial derivative of the likelihood function for each of its parameters. The equation obtained is implicit, so the estimator value calculating is carried out using the Fisher-Scoring algorithm iteration assisted by matlab program. After advancing two iterations, the estimator values for the α = 1.3163030 *and* β = 2.3264578 *parameters are obtained. The results obtained indicate that these estimates are inconsistent, so it is necessary to reassess them in the further research.*

How to cite:

Apriliani, YR., Dwidayati NK., & Agoestanto, A. (2021). Estimasi Parameter Distribusi Gamma pada Data Tersensor Tipe II Menggunakan Algoritma Fisher-Scoring. *UNNES Journal of Mathematics*. 10(1):31-34

✉Alamat korespondensi:
E-mail: yustikarapriliani@gmail.com

p-ISSN 2252-6943
e-ISSN 2460-5859

PENDAHULUAN

Dalam statistik, estimasi merupakan metode untuk mengetahui perkiraan nilai suatu parameter dengan menggunakan statistik. Dalam metode estimasi, parameter yang ditaksir berupa nilai rata-rata yang diberi notasi μ dan nilai simpangan baku dengan notasi σ.

Analisis survival merupakan alat untuk mengetahui estimasi lamanya waktu yang dibutuhkan oleh suatu individu atau unit agar dapat bertahan hidup. *Life time* atau waktu hidup pada dasarnya adalah suatu kejadian dari elemen-elemen suatu populasi dengan memusatkan perhatian pada lama waktu terjadinya kejadian tersebut. (Dwidayati, 2012) Cara yang dilakukan dalam pengambilan sampel analisis data survival ada dua yaitu distribusi tersensor dan distribusi tak tersensor (data lengkap). Distribusi tersensor adalah data yang diambil jika semua individu atau unit yang diteliti dihentikan setelah waktu yang ditentukan. Dalam menganalisis data survival digunakan regresi khusus, untuk mengolah perolehan data yang tidak lengkap dari hasil penyensoran.

Data tersensor dapat dibedakan menjadi data tersensor tipe I, dan data tersensor tipe II. Berbentuk data tersensor tipe I jika data survival dihasilkan setelah percobaan berjalan selama waktu yang ditentukan, serta berbentuk data tersensor tipe II jika observasi diakhiri setelah sejumlah kematian atau kegagalan tertentu telah terjadi. Penjelasan mengenai data tersensor tipe II yakni suatu data waktu kematian atau kegagalan yang hanya terdapat r buah observasi terkecil dalam sampel acak yang berukuran n dengan $1 \leq r \leq n$. (Lawless, 1982)

Pembahasan ini menggunakan pendekatan parametrik yaitu data yang didapat pada suatu sampel diasumsikan memiliki distribusi tertentu untuk proses penganalisaan. Pada metode parametrik akan dilakukan estimasi dari parameter-parameter yang termasuk di dalam model distribusi tersensor.

Fungsi distribusi survival yang didasarkan pada pengetahuan atau asumsi tertentu tentang distribusi populasinya termasuk dalam fungsi parametrik. Beberapa distribusi yang dapat digunakan untuk menggambarkan waktu hidup antara lain Distribusi Eksponensial, Distribusi Weibull, Distribusi Gamma, Distribusi Rayleigh, dan lain-lain. Diantara distribusi tersebut, dipilih fungsi survival berdistribusi Gamma, atau data survival diasumsikan berdistribusi Gamma.

Bain dan EngelhardT (1992) menyatakan bahwa distribusi Gamma berperan penting dalam teori antrian dan masalah-masalah pengukuran seperti jarak antara waktu tunggu sampai tiba di fasilitas pelayanan (bank, toilet, kereta api, rambu lalu lintas, dan sebagainya) dan lamanya waktu sampai rusaknya suku cadang mesin, lampu, dan lain-lain. Selain itu, distribusi Gamma mempunyai aplikasi paling luas dibandingkan dengan distribusi lainnya dalam menganalisa data survival. Sehingga distribusi Gamma cocok digunakan untuk mengestimasi waktu hidup suatu benda.

Untuk mengetahui distribusi dari data yang diasumsikan telah menggambarkan keadaan sesungguhnya, diperlukan suatu analisis terhadap data survival dengan mengestimasi nilai parameter distribusinya. Dalam penelitian ini metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter, yaitu *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Dilakukan menggunakan pendekatan distribusi dengan memaksimumkan fungsi *likelihood*. Dalam memaksimumkan suatu fungsi apabila nilai parameter diperoleh dalam bentuk implisit dan non-linier maka tidak dapat diselesaikan secara analitik. Sehingga perlu digunakan metode lain untuk menyelesaikannya, yaitu menggunakan Algoritma *Fisher-Scoring*. Algoritma *Fisher-Scoring* adalah salah satu bentuk pengembangan dari metode *Newton-Raphson* dengan mengganti matriks hessian $H(\theta)$ dengan matriks inisialisasi $I(\theta)$.

Pada penelitian terdahulu telah dilakukan estimasi parameter untuk beberapa distribusi dengan berbagai model diantaranya yaitu, dalam skripsi Misbahussurur (2009), data diasumsikan berdistribusi Gamma dan menggunakan metode maksimum likelihood. Penelitian selanjutnya yang dilakukan oleh Rarasati, I.P. (2012), menggunakan metode Bayesian. Penelitian tersebut memiliki kekurangan yaitu tidak dapat memberikan hasil estimator yang tetap. Dengan kata lain, jika nilai inisialisasi parameter yang diberikan berubah, maka hasil untuk pendugaan pun berubah. Dalam penelitian Nimah, R., (2014) menunjukkan kemudahan dalam pengerjaannya karena data diasumsikan tersensor tipe II sehingga mempersingkat waktu penelitian. Sedangkan hasil penelitian seperti Ummah, Z., (2012), menjelaskan bahwa metode *Maximum Likelihood Estimation* yang bekerja dengan melakukan pendekatan distribusi dengan memaksimumkan fungsi *likelihood* dan *least square* (metode kuadrat terkecil) pada umumnya maksimum suatu fungsi tidak bisa diselesaikan sehingga perhitungan dapat dilakukan menggunakan algoritma *Fisher-Scoring*.

Tujuan dalam penelitian ini adalah mengetahui estimator data survival dari Distribusi Gamma pada data tersensor tipe II dan mengetahui nilai yang dihasilkan dengan menggunakan algoritma *Fisher-Scoring* pada data bangkitan yang digunakan.

KONSEP DASAR DISTRIBUSI SURVIVAL

Konsep dasar statistik yang digunakan pada distribusi survival adalah fungsi kepadatan peluang, fungsi survival dan fungsi hazard. Lawless (1982) menjelaskan bahwa fungsi kepadatan peluang pada analisis survival merupakan peluang suatu individu mati atau gagal dalam interval waktu t sampai $t + \Delta t$, dengan waktu T merupakan peubah acak.

Devore (2010) menjelaskan bahwa fungsi kepadatan peluang (f.k.p) distribusi Gamma dua parameter α dan β adalah

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}, & x \geq 0 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases} \quad (1)$$

Fungsi survival didefinisikan sebagai peluang suatu individu dapat bertahan hidup sampai waktu t. Jika T merupakan peubah acak dari waktu hidup suatu individu dalam interval $[0, \infty)$ maka fungsi survival $S(t)$ dapat dinyatakan dalam persamaan

$$\begin{aligned} S(t) &= P(T \geq t) \\ &= \int_{t}^{\infty} f(x)dx \qquad (2) \end{aligned}$$

Dengan menggunakan persamaan fungsi survival dan fungsi distribusi kumulatif diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$S(t) = 1 - F(t) \qquad (3)$$

Berdasarkan persamaan (3) diperoleh persamaan untuk fungsi survival distribusi Gamma sebagai berikut.

$$S(x) = 1 - \int_{0}^{t} \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} dx \quad (4)$$

Lawless mengatakan ada tipe penyensoran yang sering digunakan dalam penelitian uji hidup, yaitu sebagai berikut.

1. Sensor tipe I
   Sensor tipe I merupakan data uji hidup yang dihasilkan setelah penelitian berjalan selama waktu yang telah ditentukan.
2. Sensor tipe II
   Sensor tipe II merupakan data hasil penelitian dimana penelitian dihentikan setelah kematian atau kegagalan tertentu telah terjadi.

Fkp bersama pada data tersensor tipe II adalah sebagai berikut.

$$f(t) = \frac{n!}{(n-r)!} f(t_1) \dots f(t_r) S(t_r)^{n-r} \quad (5)$$

Bain dan Engelhardt (1991) menyatakan bahwa fungsi likelihood dinyatakan dalam persamaan

$$L(\theta) = f(x_1;\theta) \dots f(x_n;\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\theta) \quad (6)$$

Berdasarkan persamaan (5) dan (6) maka diperoleh fungsi likelihood untuk distribusi Gamma pada data tersensor tipe II adalah sebagai berikut.

$$L(\theta) = \frac{n!}{(n-r)!} f(t_i)[S(t_i)]^{n-r} \qquad (7)$$

Mengubah persamaan (7) ke dalam bentuk logaritma naturalnya (ln-likelihood) sebagai berikut.

$$\ln\big(L(\theta)\big) = \ln\left(\frac{n!}{(n-r)!} f(t_i)[S(t_i)]^{n-r}\right) \quad (8)$$

Untuk memaksimumkan persamaan ln-likelihood pada persamaan (8) maka akan dihitung nilai turunan parsial terhadap masing-masing parameternya.

Turunan parsial terhadap α

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \ln\big(L(\theta)\big) = 0 \qquad (9)$$

Turunan parsial terhadap β

$$\frac{\partial}{\partial \beta} \ln\big(L(\theta)\big) = 0 \qquad (10)$$

Berdasarkan hasil perhitungan turunan parsial terhadap masing-masing parameter tersebut apabila nilai yang dihasilkan berbentuk eksplisit maka diperoleh nilai estimasi parameter distribusi Gamma. Namun apabila nilai yang dihasilkan berbentuk implisit maka perhitungan selanjutnya akan dilakukan dengan melakukan iterasi menggunakan algoritma yang telah ditentukan. Menurut Cormen, dkk (2011) algoritma adalah prosedur komputasi dimana mengambil sebuah nilai atau menentukan nilai sebagai input dan menghasilkan beberapa nilai sebagai output. Sebuah algoritma adalah sebuah urutan langkah-langkah komputasi yang dapat merubah sebuah input menjadi output.

Dalam penelitian ini, algoritma yang digunakan adalah algoritma *Fisher-Scoring*. Menurut Smyth (2002) algoritma *Fisher-scoring* merupakan salah satu bentuk pengembangan dari metode *Newton-Raphson* dengan mengganti matrik Hesian $H(\beta)$ dengan matrik Informasi $I(\beta)$. Dalam penelitian ini, parameter β diubah menjadi $\theta = \begin{bmatrix}\alpha \\ \beta\end{bmatrix}$. Sehingga bentuk persamaan iterasi *Fisher-Scoring* yang digunakan adalah sebagai berikut.

$$\hat{\theta}^{r+1} = \hat{\theta}^{r} + I\left(\hat{\theta}^{r}\right)^{-1} D\left(\hat{\theta}^{r}\right), r = 0,1,2,.. \quad (11)$$

METODE

Penelitian ini menggunakan metode kajian pustaka untuk mengumpulkan data dan informasi yang diperlukan. Kajian pustaka merupakan metode penelitian yang mengupas berbagai teori yang berhubungan dengan permasalahan dalam penelitian. Oleh karena itu, kajian pustaka dipilih sebagai dasar untuk menyelesaikan permasalahan dalam penelitian ini. Adapun langkah yang digunakan dalam metode ini adalah kajian pustaka, perumusan masalah, pemecahan masalah, penarikan kesimpulan.

Dalam tahap kajian pustaka dilakukan pengumpulan referensi dan pendalaman teori dasar yang diperlukan dalam pengerjaan. Selain itu, data yang digunakan dalam penelitian merupakan data sekunder. Sehingga penulis perlu mencari dan memastikan data rujukan yang digunakan telah sesuai dengan yang dibutuhkan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Suatu populasi berdistribusi Gamma dengan parameter α dan β memiliki fkp sesuai dengan persamaan (1). Berdasarkan fkp tersebut dapat ditentukan fkp bersamanya adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} f(x) &= \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\theta) \\ &= \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} e^{\left(\frac{-\sum_{i=1}^{n} x_i}{\beta}\right)} (x_i)^{\alpha-1}, n \\ &= 0,1,2,.. \quad (12) \end{aligned}$$

Data tersensor tipe II merupakan data kematian atau kegagalan yang tidak lengkap *(incomplete mortality data)* yaitu data waktu kematian atau kegagalan dari r observasi terkecil dalam sampel acak yang berukuran n dengan $1 \leq r \leq n$ dalam selang waktu t. Sehingga fkp bersama untuk data berdistribusi Gamma tersebut adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} f(x) &= \prod_{i=1}^{r} \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} e^{\left(\frac{-\sum_{i=1}^{r} x_i}{\beta}\right)} (x_i)^{\alpha-1}, r \\ &= 0,1,2,\ldots \quad (13) \end{aligned}$$

Dengan menggunakan persamaan (4) dan (13) diperoleh persamaan fungsi likelihood distribusi Gamma pada data tersensor tipe II sesuai dengan persamaan (7) sebagai berikut.

$$\begin{aligned} L(\theta) &= \frac{n!}{(n-r)!} f(t_i)[S(t_i)]^{n-r} \\ &= \frac{n!}{(n-r)!}\left(\prod_{i=1}^{r} \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} e^{\left(\frac{-\sum_{i=1}^{r} x_i}{\beta}\right)} (x_i)^{\alpha-1}\right)\left(1 - \int_0^t \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} x_i^{\alpha-1} e^{-\frac{x_i}{\beta}}\, dx\right)^{n-r} \\ &= \frac{n!}{(n-r)!}\left(\left[\frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)}\right]^{r} e^{\left(\frac{-\sum_{i=1}^{r} x_i}{\beta}\right)} \prod_{i=1}^{r} (x_i)^{\alpha-1}\right)\left(1 - \int_0^t \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} x_i^{\alpha-1} e^{-\frac{x_i}{\beta}}\, dx\right)^{n-r} \quad (14) \end{aligned}$$

Dalam metode maksimum likelihood, estimasi parameter dilakukan dengan beberapa langkah. Langkah pertama yang harus dilakukan adalah mengubah persamaan likelihoodnya ke dalam bentuk logaritma natural (ln-likelihood). Persamaan ln-likelihood dari persamaan (14) adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} l(\theta) &= \ln\left[\frac{n!}{(n-r)!}\left(\left[\frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)}\right]^{r} e^{\left(\frac{-\sum_{i=1}^{r} x_i}{\beta}\right)} \prod_{i=1}^{r} (x_i)^{\alpha-1}\right)\left(1 - \int_0^t \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} x_i^{\alpha-1} e^{-\frac{x_i}{\beta}}\, dx\right)^{n-r}\right] \\ &= \frac{n!}{(n-r)!} - r\alpha \ln\beta - r\ln\Gamma(\alpha) - \frac{\sum_{i=1}^{r} x_i}{\beta} \\ &\quad + (\alpha-1)\sum_{i=1}^{r} \ln x_i \\ &\quad + (n-r)\ln\left(1 - \int_0^t \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} x_i^{\alpha-1} e^{-\frac{x_i}{\beta}}\, dx\right) \quad (15) \end{aligned}$$

Setelah memperoleh persamaan ln-likelihood kemudian mencari nilai turunan pertamanya terhadap masing-masing parameternya. Adapun turunan parsial ln-likelihood distribusi Gamma $D(\theta)$ adalah sebagai berikut.

Diturunkan terhadap α

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} l(\theta) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{n!}{(n-r)!}-r\alpha\ln\beta-r\ln\Gamma(\alpha)-\frac{\sum_{i=1}^{r}x_i}{\beta}+(\alpha-1)\sum_{i=1}^{r}\ln x_i+(n-r)\ln\left(1-\int_0^t\frac{1}{\beta^\alpha\Gamma(\alpha)}x_i^{\alpha-1}e^{-\frac{x_i}{\beta}}dx\right)\right)=0$$

$$-r\ln(\hat{\beta})-r\frac{1}{\Gamma(\hat{\alpha})}\Gamma'(\hat{\alpha})+\sum_{i=1}^{r}\ln x_i+\frac{\partial}{\partial\alpha}\left((n-r)\ln\left(1-\int_0^t\frac{1}{\beta^\alpha\Gamma(\alpha)}x_i^{\alpha-1}e^{-\frac{x_i}{\beta}}dx\right)\right)=0 \quad (16)$$

Diturunkan terhadap β

$$\frac{\partial}{\partial\beta}l(\theta)=0$$

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{n!}{(n-r)!}-r\alpha\ln\beta-r\ln\Gamma(\alpha)-\frac{\sum_{i=1}^{r}x_i}{\beta}+(\alpha-1)\sum_{i=1}^{r}\ln x_i+(n-r)\ln\left(1-\int_0^t\frac{1}{\beta^\alpha\Gamma(\alpha)}x_i^{\alpha-1}e^{-\frac{x_i}{\beta}}dx\right)\right)=0$$

$$-\frac{r\alpha}{\hat{\beta}}+\frac{\sum_{i=1}^{r}x_i}{\hat{\beta}^2}+\frac{\partial}{\partial\beta}\left((n-r)\ln\left(1-\int_0^t\frac{1}{\beta^\alpha\Gamma(\alpha)}x_i^{\alpha-1}e^{-\frac{x_i}{\beta}}dx\right)\right)=0 \quad (17)$$

Terdapat kendala dalam perhitungan nilai estimator melalui metode maksimum likelihood karena hasil turunan parsial pada persamaan (16) dan (17) berbentuk implisit. Sehingga perlu dilakukan perhitungan lebih lanjut dengan cara iterasi. Iterasi dilakukan dengan menggunakan metode algoritma *Fisher-Scoring*.

Data yang digunakan dalam penelitian merupakan data uji hidup yang berasal dari data bangkitan yang dihasilkan memalui program minitab. Data diasumsikan berdistribusi Gamma dengan nilai $\alpha = 8$ dan $\beta = 1$. Terdapat $n = 200$ data yang dibangkitkan. Selanjutnya dipilih sebanyak $r = 127$ data secara acak menggunakan minitab. Penentuan banyak sampel yang digunakan didasarkan pada Tabel Isaac dan Michael.

Dalam perhitungan nilai estimator menggunakan algoritma *Fisher-Scoring* terdapat beberapa langkah diantaranya adalah sebagai berikut.

1. Menentukan nilai awal parameter α dan β. Sebelumnya telah dijelaskan bahwa nilai parameter telah ditentukan yaitu nilai $\alpha = 8$ dan $\beta = 1$. Sehingga dapat ditulis sebagai berikut.
$$\theta^0=\begin{bmatrix}\alpha^0\\ \beta^0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}8\\ 1\end{bmatrix}$$
2. Menentukan fungsi dalam bentuk matrik, dengan $\theta^k=\begin{bmatrix}\theta^k\\ \theta^k\end{bmatrix}$, k=1,2,…,r.
3. Menentukan matrik informasi $I(\theta^k)$ sebagai berikut.
$$I(\theta^k)=-E[H(\theta^k)]=-E\begin{bmatrix}\frac{\partial^2 l(t_i)}{\partial\alpha^2} & \frac{\partial^2 l(t_i)}{\partial\alpha\partial\beta}\\ \frac{\partial^2 l(t_i)}{\partial\beta\partial\alpha} & \frac{\partial^2 l(t_i)}{\partial\beta^2}\end{bmatrix}$$
4. Menghitung nilai estimasi parameter untuk $k = 0,1,2,\dots,r$ dengan menggunakan persamaan
$$\theta^{(k+1)}=\theta^{(k)}+I(\theta^{(k)})^{-1}D(\theta^k)$$
5. Jika $\left|\theta^{k+1}-\theta^k\right|\le\varepsilon$, maka lanjutkan ke langkah VI. Tetapi jika $\left|\theta^{k+1}-\theta^k\right|>\varepsilon$, maka ulangi dari langkah III.
6. Mendapatkan parameter $\hat{\theta}$.

Langkah-langkah tersebut dijabarkan ke dalam program matlab untuk memudahkan perhitungan estimator. Syntax matlab dijalankan dengan menginputkan nilai awal parameter dan data bangkitan yang telah ditentukan. Dalam output program dijelaskan bahwa dilakukan dua kali iterasi sebelum mendapatkan nilai estimator. Adapun nilai masing-masing estimatornya adalah $\hat{\alpha} = 1.3163030$ dan $\hat{\beta} = 2.3264578$.

Berdasarkan pada nilai yang diperoleh, maka diketahui bahwa estimator tersebut bersifat tidak konsisten. Hal tersebut dikarenakan nilai estimatornya tidak mendekati nilai awal parameter yang telah ditentukan.

PENUTUP

Dari hasil perhitungan serta pengolahan data yang diinterpretasikan dalam bab sebelumnya, diperoleh kesimpulan bahwa turunan pertama terhadap parameter α dan β menghasilkan persamaan yang berbentuk implisit dan tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga perhitungan dilakukan dengan metode iterasi menggunakan algoritma *Fisher-Scoring*. Perhitungan diterapkan pada data bangkitan dengan jenis data tersensor tipe II. Nilai awal parameter $\alpha = 8$ dan $\beta = 1$ dan galatnya $\varepsilon = 10^{-8}$ adalah $\hat{\alpha} = 1.3163030$ dan $\hat{\beta} = 2.3264578$. Berdasarkan nilai yang diperoleh diketahui apabila estimator tersebut bersifat tidak konsisten karena nilai estimatornya tidak mendekati nilai awal parameter yang telah ditentukan.

Saran yang dapat penulis berikan untuk peneliti selanjutnya yaitu dalam pengkajian lebih lanjut mengenai estimasi parameter Distribusi Gamma dapat menggunakan metode lain atau membandingkan metode yang telah di teliti dengan metode lainnya untuk mendapatkan hasil yang lebih baik. Peneliti juga dapat menerapkan nilai awal parameter yang berbeda serta sampel data yang berbeda pula untuk mengetahui hasil yang lebih baik maupun untuk membandingkan keakuratan hasil yang diperoleh. Peneliti selanjutnya sebaiknya mempelajari pula sifat-sifat estimator.

UCAPAN TERIMAKASIH

Ucapan terimakasih umumnya ditempatkan setelah simpulan. Berisi ucapan terimakasih kepada lembaga pemberi dana, dan atau individu yang telah membantu dalam pelaksanaan penelitian dan penulisan manuskrip.

Ketentuan umum penulisan daftar pustaka: (1) Rujukan yang dicantumkan dalam daftar pustaka hanyalah rujukan yang benar-benar dikutip dalam manuskrip. (2) Untuk artikel hasil penelitian, daftar pustaka dirujuk dari sekitar 10-15 artikel jurnal ilmiah. Sedangkan artikel non penelitian sekurang-kurangnya telah merujuk 15 artikel ilmiah. (3) Kemutakhiran jurnal ilmiah yang dirujuk harus diperhatikan, sekurang-kurangnya merupakan hasil publikasi yang relevan dalam 10 tahun terakhir. (4) Daftar pustaka disusun secara alfabetis berdasarkan urutan abjad nama penulis. (5) Ketentuan nama penulis: nama yang ditampilkan adalah nama akhir (nama keluarga) penulis diikuti dengan singkatan nama awal (dan tengah jika ada). Jika penulisnya lebih dari satu orang, maka cara penulisannya sama. (6) Penulisan judul rujukan diawali dengan huruf kapital hanya pada awal kalimat. (7) Setiap penulisan nama, tahun, judul artikel dan seterusnya diakhiri dengan titik (.) sebelum dilanjutkan kata berikutnya. Khusus penulisan volume (nomor) jurnal diberi tanda titik dua (:) tanpa jarak spasi. Contoh-contoh penulisan dapat dilihat pada penjelasan setiap jenis pustaka yang layak dirujuk.

DAFTAR PUSTAKA

Bain, L.J. dan Engelhard B. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistic Second Edition.* Belmant: Duxbury Press.

Cormen, H. T., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., dan Stein, Clifford. 2011. *Introduction to Algorithms.*MIT Press: USA.

Devore, J. L. 2010. *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences* 8^{th}*ed.* USA: California Polytechnic State University.

Dwidayati, N.K. 2012. Analisis Cure Rate Penderita Kanker PAyudara berdasar Pemodelan Regresi Cox. Sainteknol. 10(2):141-152.

Lawless, J.F. 1982. *Statistical Models and Methods for Lifetime Data.* New York: John Willey and Sons, Inc.

Misbahussurur, Ahmad. 2009. *Estimasi Parameter Distribusi Gamma dengan Metode Maksimum Likelihood. Skripsi* Tidak Diterbitkan. Malang: Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Ni'mah, R., dan Agoestanto, Arief. 2014. *Estimator Bayes Untuk Rata-Rata Tahan Hidup dari Distribusi Rayleigh pada Data*

Disensor Tipe II. UNNES Journal of Mathematics. 3 (2) (2014).

Rarasati, I. D., 2012. *Estimasi Parameter Distribusi Gamma dengan Metode Bayes. Skripsi* Tidak Diterbitkan. Malang: Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Smyth, G.K. 2002. *Optimation*. Encyclopedia of Environmetrics, Vol. 3, pp 1481-1487. Edited: Abdel H. El Shaarawi and Walter W. Piegorsch, Chicester.

Ummah, Z. 2012. *Estimasi Model Linier Tergeneralisasi Gaussian Berdasarkan Maximum Likelihood Estimator dengan menggunakan Algoritma Fisher-Scoring*. Skripsi Tidak Diterbitkan. Surabaya: Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.