UJM 3 (2) (2014)

UNNES Journal of Mathematics

http://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/ujm

METODE COLUMN GENERATION TECHNIQUE SEBAGAI PENYELESAIAN PERMASALAHAN CUTTING STOCK SATU DIMENSI PADA PEMOTONGAN BALOK KAYU

Ahlam Sabrina ✉, Supriyono, Hardi Suyitno.

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia
Gedung D7 lantai 1 Kampus Sekaran, Gunungpati, Semarang, 50229

Info Artikel

Sejarah Artikel:
Diterima Desember 2013
Disetujui Mei 2014
Dipublikasikan Nopember 2014

Keywords:
Column Generation Technique;
Cutting Stock 1D

Abstrak

Permasalahan *Cutting stock* satu Dimensi (CSP-1D) adalah suatu permasalahan yang memanajemen pemotongan balok kayu supaya dapat meminimumkan sisa pemotongan yang dihasilkan dan dapat membentuk pola pemotongan yang optimal. Skripsi ini akan meneliti salah satu kasus CSP-1D pada masalah pemotongan balok kayu di PT. Rodeo Indowood Semarang dengan tujuan mengoptimalkan pola kombinasi untuk meminimumkan sisa pemotongan balok kayu sesuai pesanan perusahaan di wilayah Jawa Tengah. Pada penelitian ini, digunakan *Column Generation Technique*. Permasalahan pada skripsi ini adalah mencari pola pemotongan yang optimal yang akan mengurangi sisa pemotongan balok kayu yang terpakai dengan menggunakan *Column Generation Technique* di PT. Rodeo Indowood Semarang. Dari hasil analisis, diharapkan bahwa PT. Rodeo Indowood Semarang dapat menerapkan metode perhitungan pola pemotongan minimum dengan menggunakan *Column Generation Technique* dan dengan menggunakan bantuan aplikasi *cutting stock problem v4.1* untuk mempercepat perhitungan agar dapat mengetahui pola pemotongan minimum sehingga dapat menekan sisa pemotongan.

Abstract

One Dimensional Cutting Stock Problems (1D-CSP) is a problem which managing timber cutting in order to minimize the residue result from the cuts and can form an optimal pattern cuts. This research will examine one case of 1D-CSP timber cutting issues in PT. Rodeo Indowood Semarang to minimize cut logs as the company's order in Central Java region. This research used the Column Generation Technique. Problem in this research is finding the optimal cutting pattern which reduce residual unused cutting of log using Column Generation Technique in PT. Rodeo Indowood Semarang. From the analysis, it is expected that the PT. Rodeo Indowood Semarang can apply the method of calculation of minimum cutting patterns using Column Generation Technique and with the help of cutting stock problem v4.1 application to speed up the calculation in order to determine the pattern of minimum cuts that reduce the residual cuts.

✉ Alamat korespondensi:
E-mail: Sabrinananana69@gmail.com

ISSN 2252-6943

Pendahuluan

Kayu merupakan salah satu hasil hutan yang dalam proses pembaharuannya membutuhkan waktu yang cukup lama, sehingga perlu pengelolaan yang baik, yaitu dengan memperhatikan sistem tebang pilih serta menindak para penebang liar, agar pemenuhan kayu dalam proses pembangunan, baik bagi perumahan dan infrastruktur lain tidak terhambat. Perusahaan kayu biasanya mengkonversikan kayu bulat menjadi kayu berbentuk balok, papan atau bentuk-bentuk yang sesuai dengan tujuan penggunaannya. Selanjutnya kayu-kayu yang telah berbentuk balok, maupun papan diolah kembali menjadi ukuran-ukuran tertentu sesuai dengan pesanan dari para pemilik usaha dagang kayu.

Salah satu permasalahan optimasi pemrograman linear bilangan bulat yang banyak muncul dalam bidang perindustrian seperti industri kayu adalah Permasalahan *Cutting Stock* Satu Dimensi (1D-CSP). Persoalan pemotongan stok satu dimensi merupakan persoalan dimana pola pemotongan yang digunakan hanya menggunakan satu macam pemotongan, yaitu panjang atau lebar. Dalam perindustrian kayu bahan-bahan yang biasa sering diproduksi dalam bentuk gelondongan yang panjang, misalnya disesuaikan dengan panjang truk pengangkut. Untuk selanjutnya, tidak selalu produk yang masih dalam bentuk gelondongan itu akan langsung dipakai, tetapi akan dipotong sesuai dengan permintaan konsumen. Panjang potongan yang diminta akan berbeda dengan banyaknya hasil potongan yang berbeda. Untuk mengurangi jumlah gelondongan yang terpakai, maka perusahaan harus bisa mengkombinasikan panjang potongan untuk satu gelondongan yang akan dipakai. Sangat penting untuk mengetahui kombinasi ukuran potongan yang di kehendaki, dan selayaknya perusahaan mencari pola ukuran pemotongan yang optimal yang bisa meminimumkan sisa potongan dan banyaknya gelondongan yang terpakai (Sitohang, 2009: 1).

PT. Rodeo Indowood Semarang merupakan salah satu perusahaan yang bergerak dalam bidang industri kayu balok di Indonesia. PT. Rodeo Indowood Semarang sendiri memiliki konsumen dengan permintaan yang berbeda di setiap kota di wilayah Jawa Tengah. Dalam memenuhi permintaan panjang gelondong kayu konsumen di berbagai tempat dan di banyak kota di wilayah Jawa Tengah , perlu adanya suatu sistem yang mampu meminimalisasi stok pemotongan sehingga akan didapatkan keuntungan yang paling maksimal. Permasalahan seperti ini merupakan permasalahan *cutting stock* dan akan diselesaikan dengan menggunakan *column generation technique*.

Teknik pembangkit kolom digunakan untuk mengefisiensi metode simpleks direvisi. Sehingga langkah-langkah pengerjaannya banyak mengacu kepada metode simpleks direvisi, mulai dari perhitungan B^{-1} (matriks yang diperoleh dari koefisien variabel-variabel slack untuk baris ke-i, i=1,2,…,m dari tabel akhir simpleks), harga akhir (price out), penggunaan test rasio untuk menentukan variabel basis, sampai diperoleh penyelesaian optimal. Perbedaan mendasar antara teknik pembangkit kolom dan metode simpleks direvisi terletak pada perhitungan harga akhir (Z_j - C_j) variabel non basis yang akan masuk menjadi variabel basis.

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana implementasi dari teknik pembangkit kolom untuk mendapatkan pola pemotongan yang optimal yang akan mengurangi sisa pemotongan balok kayu yang terpakai di PT. Rodeo Indowood Semarang.

Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan pola pemotongan yang optimal yang akan mengurangi sisa pemotongan balok kayu yang terpakai dengan menggunakan *column generation teqhnique* di PT. Rodeo Indowood Semarang.

Metode

Metode penelitian yang digunakan adalah metode studi kasus, yaitu dengan melakukan penelitian di suatu perusahaan. Teknik pengumpulan data dalam penelitian ini adalah dokumentasi, yaitu pengumpulan data yang dilakukan dengan mengambil data sekunder yang sudah ada di PT. Rodeo Indowood Semarang yang berupa data panjang stok standart dan data permintaan panjang stok.

Hasil dan Pembahasan

Dalam penelitian ini, yang akan dicari adalah sisa panjang minimum untuk pemotongan stok pada balok kayu di PT. Rodeo Indowood Semarang sesuai permintaan pada bulan Agustus 2013 dengan panjang balok standart 1,3 meter dengan harga satuan balok kayu Balken Albasia (diameter13 - 15 cm) sebesar Rp. 470.000 per m³.

Langkah-langkah teknik pembangkit kolom menurut Gamal & Bahri (2003) adalah sebagai berikut,

1.Perumusan persoalan ke bentuk program linear.

Langkah awal perumusan ke bentuk program linear adalah membuat pola pemotongan. Banyak kemungkinan untuk membuat pola pemotongan.

Persoalan pemotongan stok tersebut menurut Haessler (1992) dapat dimodelkan sebagai masalah program linear sebagai berikut:

Meminimumkan

$z(x_1,x_2,\ldots,x_{10})=x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9+x_{10}$

terhadap kendala :

$3x_1+2x_2+2x_3+x_4+x_5 \geq 8066$

$x_2+x_4+3x_6+x_7 \geq 9946$

$x_3+x_4+2x_8+x_9 \geq 5833$

$x_5+x_7+x_9+2x_{10} \geq 7962$

$x_1,x_2,\ldots,x_{10} \geq 0$

$x_1,x_6,x_8,$ dan x_{10} dapat digunakan sebagai variabel basis awal untuk kendala panjang 42 cm, 43 cm, 45 cm dan 50 cm.

Jadi diperoleh VB= $\{x_1,x_6,x_8,x_{10}\}$ dan VNB= $\{x_2,x_3,x_4,x_5,x_7,x_9\}$.

2.Menghitung B_0^{-1} dan $c_{vB}B_0^{-1}$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 8066 \\ 9946 \\ 5822 \\ 7962 \end{bmatrix}$$

Iterasi 1

Langkah 1

Dari solusi dasar B_0 , dapat di hitung inversnya , yaitu

$$B_0^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \text{dan } c_{VB} = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$$

Maka

$$c_{VB}B_0^{-1} = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Langkah 2

Kemudian untuk basis kini, di bentuk suatu pola yang dinyatakan oleh y_1,y_2,y_3 dan y_4 yang menunjukkan jumlah potongan berturut-turut dengan panjang 42 cm, 43 cm, 45 cm dan 50 cm yang dihasilkan dari pola pemotongan yang ada, kemudian menurut Zia & David (2008) ditentukan nilai z_i - c_i sebagai berikut,

$$z_j - c_j = c_{VB}B_0^{-1}\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} - 1$$

$$= [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} - 1$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} - 1$$

$$= \frac{1}{3}y_1 + \frac{1}{3}y_2 + \frac{1}{2}y_3 + \frac{1}{2}y_4 - 1$$

y_1,y_2,y_3 dan y_4 tidak boleh melebihi 1,3 meter dan harus merupakan bilangan bulat tak negatif, sehingga untuk sebarang pola y_1,y_2,y_3 dan y_4 harus memenuhi

$42y_1+43y_2+45y_3+50y_4 \leq 130.$

$y_1,y_2,y_3,y_4 \geq 0$ dan bilangan bulat.

Selanjutnya, menurut Pal (2005) untuk menentukan pola yang menguntungkan dapat dicari dengan menyelesaikan persoalan knapsack sebagai berikut,

Memaksimumkan $w = \frac{1}{3}y_1 + \frac{1}{3}y_2 + \frac{1}{2}y_3 + \frac{1}{2}y_4 - 1$

terhadap kendala $42y_1+43y_2+45y_3+50y_4 \leq 130.$

$y_1,y_2,y_3,y_4 \geq 0$ dan bilangan bulat.

Persoalan *knapsack* ini dapat diselesaikan dengan metode *Branch and Bound*. Perhitungan selengkapnya dapat dihitung dengan menggunakan bantuan *LINDO*. Solusi optimal yang diperoleh adalah w=0,6 dengan $y_1=2$, $y_2=0$, $y_3=1$, $y_4=0$.

Hasil ini berkorespondensi dengan pola 3(x3).

Langkah 3

x3 masuk ke dalam basis dan mengurangi sisa pemotongan. Untuk memasukkan x3 ke dalam basis perlu dibentuk kolom x3 kini dan ruas kanan yang baru.

Kolom x_3 baru bernilai

$$B_0^{-1}\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ 0 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ruas kanan baru bernilai

$$B_0^{-1}b = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8066 \\ 9946 \\ 5822 \\ 7962 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2688{,}6 \\ 3315{,}3 \\ 2911 \\ 3981 \end{bmatrix}$$

Uji rasio menunjukkan x_3 masuk basis pada kolom 1, variabel dasar yang baru $VB_1=\{x_3,x_6,x_8,x_{10}\}$, diperoleh :

$$B_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Langkah selanjutnya adalah menentukan B_1^{-1},

$$B_1^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Iterasi 2

Langkah 1

Dari iterasi 1 diperoleh nilai B_1^{-1} yaitu

$$B_1^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Maka

$$c_{VB}B_1^{-1} = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1] \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Langkah 2

Teknik pembangkit kolom digunakan untuk menentukan pola yang akan masuk basis, sama dengan langkah sebelumnya, nilai z_j - c_j adalah sebagai berikut,

$$z_j - c_j = \frac{1}{4}y_1 + \frac{1}{3}y_2 + \frac{1}{2}y_3 + \frac{1}{2}y_4$$

Persoalan *knapsack* yang ekuivalen sebagai berikut,

Memaksimumkan

$$w = \frac{1}{4}y_1 + \frac{1}{3}y_2 + \frac{1}{2}y_3 + \frac{1}{2}y_4 - 1$$

terhadap kendala $42y_1+43y_2+45y_3+50y_4 \leq 130$.

$y_1,y_2,y_3,y_4 \geq 0$ dan bilangan bulat.

Solusi optimal yang diperoleh adalah w=0,08 dengan $y_1=1,y_2=1,y_3=1,y_4=0$. Hal ini berkorespondensi dengan pola 4 (x_4).

Langkah 3

Dengan demikian, x_4 masuk ke dalam basis, untuk memasukkan x_4 ke dalam basis, perlu dibentuk kolom x_4 kini dan ruas kanan kini.

Kolom x_4 baru bernilai

$$B_1^{-1}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ruas kanan baru bernilai

$$B_1^{-1}b = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8066 \\ 9946 \\ 5822 \\ 7962 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2016{,}5 \\ 3315{,}3 \\ 2911 \\ 3981 \end{bmatrix}$$

Uji rasio menunjukkan x_4 masuk pada kolom 3, sehingga variabel dasar yang baru $VB2=\{x_3,x_6,x_4,x_{10}\}$, diperoleh :

$$B_2 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Langkah selanjutnya adalah menentukan B_2^{-1}, diperoleh:

$$B_2^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Iterasi 3

Langkah 1

Dari iterasi 2 diperoleh nilai B_2^{-1}, yaitu

$$B_2^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Maka

$$c_{VB}B_2^{-1} = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1] \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Langkah 2

Teknik pembangkit kolom kembali digunakan untuk menentukan pola yang akan masuk basis, sama dengan langkah sebelumnya, nilai z_j - c_j adalah sebagai berikut,

$$z_j - c_j = \frac{1}{3}y_1 + \frac{1}{3}y_2 + \frac{1}{3}y_3 + \frac{1}{2}y_4 - 1$$

Persoalan *knapsack* yang ekuivalen sebagai berikut

Memaksimumkan

$$w = \frac{1}{3}y_1 + \frac{1}{3}y_2 + \frac{1}{3}y_3 + \frac{1}{2}y_4 - 1$$

terhadap kendala

$42y_1+43y_2+45y_3+50y_4 \leq 130$

$y_1,y_2,y_3,y_4 \geq 0$ dan bilangan bulat.

Solusi optimal yang diperoleh adalah w=0 dengan $y_1=0,y_2=0,y_3=0,y_4=2$.

Karena w=0 , ini berarti tidak ada lagi pola yang menguntungkan bila dimasukkan ke dalam basis.

Jadi, VB3={x_3,x_6,x_4,x_{10}} sudah optimal, nilai optimal variabel basis pada solusi optimal ditentukan dengan mencari nilai ruas kanan sebagai berikut,

$$B_2{}^{-1}b = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8066 \\ 9946 \\ 5822 \\ 7962 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2688,66 \\ 3315,3 \\ 1940,66 \\ 3981 \end{bmatrix}$$

Solusi optimal untuk pola pemotongan tersebut adalah Z=11925,62, x_3=2688,66 , x_6=3315,3,x_4=1940,66, x_{10}=3981

Solusi bilangan bulat diperoleh dengan pembulatan bilangan bulat terdekat yaitu Z=11926,x_3=2689,x_6=3315,x_4=1941, x_{10}=3981

Dari hasil yang diperoleh diatas, untuk meminimalkan kerugian dari sisa hasil pemotongan, PT. Rodeo Indowood Semarang dapat memotong 1,3 m panjang balok kayu sebanyak 11926 batang dengan kombinasi sebagai berikut,

1.Memotong 2689 batang panjang 1,3 m masing-masing menjadi 2 batang panjang 42 cm dan 1 batang panjang 45 cm.

2.Memotong 3315 batang panjang 1,3 m menjadi 3 batang panjang 43 cm.

3.Memotong 1941 batang panjang 1,3 m masing-masing menjadi 1 batang panjang 42 cm, 1 batang panjang 43 cm, dan 1 batang panjang 45 cm.

4.Memotong 3981 batang panjang 1,3 m menjadi 2 batang panjang 50 cm.

Simpulan

Dari hasil yang dperoleh diatas, dengan menggunakan *column generation teqhnique* disimpulkan bahwa untuk meminimumkan sisa pemotongan, PT. Rodeo Indowood Semarang dapat memotong 1,3 m panjang balok kayu sebanyak 11926 batang dengan kombinasi pola pemotongan yang optimal adalah dengan memotong balok kayu dengan kombinasi pola 3 sebanyak 2689 batang, pola 6 sebanyak 3315 batang, pola 4 sebanyak 1941 batang, dan pola 10 sebanyak 3981 batang.

Daftar Pustaka

Gamal & Bahri.Z . 2003. Pendekatan Program Linear untuk Persoalan Pemotongan. *Stok Jurnal Natur Indonesia*, 5(2): 113-118.

Haessler, R.W. 1992. One Dimensional Cutting Stock Problems and Solution Procedures. *Math I. Comput. Modelling*, Vol. 16, No.1, pp 1-8.

Pal, S. 2005. Improving Branch and Price Algorithms for Solving One Dimensional Cutting Stock Problem. *MTech Seminar Report*. Mumbai: Indian Institute of Technology.

Sitohang, V. 2009.*Analisis Permasalahan Cutting Stock Satu Dimensi Dengan Metode Branch and Bound*. Skripsi. Sumatera: FMIPA USU [tidak dipublikasikan].

Zia,L. & David,W. 2008. A General Column Generation Algorithm Applied toSystem Reliability Optimization Problems. *Department of Industrial and Systems Engineering*: Rutgers University.