



PEMODELAN MATEMATIKA PADA PENULARAN HIV AIDS DARI IBU KE ANAK DENGAN METODE SIPTA

Wahyu Budi[✉], Supriyono

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia
Gedung D7 Lt.1, Kampus Sekaran Gunungpati, Semarang 50299

Info Artikel

Sejarah Artikel:

Diterima Agustus 2014

Disetujui September 2015

Dipublikasikan November 2015

Keywords:
HIV AIDS;
susceptible;
infected;
Pre-Aids;
treatment;
AIDS

Abstrak

Tujuan dalam penulisan ini adalah untuk dapat mengetahui kondisi secara matematis penularan HIV AIDS dari ibu ke anak dengan metode SIPTA. Dalam penulisan ini, penyakit *HIV AIDS* mengalami 5 tahap, yaitu *susceptible* (rentan), *infected* (terinfeksi HIV), *pre-Aids* (sebelum terkena AIDS), *treatment* (penyembuhan) *AIDS* (terinfeksi AIDS). Penulisan ini akan membahas model matematika untuk penularan penyakit *HIV AIDS* dari Ibu ke Anak, kemudian dilakukan analisa terhadap model yang dihasilkan untuk menentukan titik kesetimbangan dan kestabilan titik kesetimbangan dari model matematika tersebut. Kemudian dari analisa tersebut dapat diketahui perilaku penyakit *HIV AIDS* di masa yang akan datang. Metode yang digunakan untuk menganalisis masalah adalah dengan studi pustaka. Langkah-langkah yang dilakukan adalah menentukan masalah, merumuskan, studi pustaka, analisis pemecahan masalah, dan penarikan kesimpulan. Model matematika dalam penulisan ini memiliki 2 kasus, ketika titik kesetimbangan pada kasus bebas penyakit bersifat stabil asimtotik lokal pada kondisi tertentu, sedangkan titik kesetimbangan di sekitar endemik bersifat stabil asimtotik lokal pada semua kondisi.

Abstract

The purpose of this writing is to be able to mathematically determine the condition of HIV-AIDS transmission from mother to child with SIPTA method. In this study, HIV-AIDS disease had 5 stages, namely susceptible (susceptible), infected (HIV infection), pre-Aids (before exposure to AIDS), treatment (healing) AIDS (AIDS infected). This writing will discuss mathematical models for the transmission of HIV from Mother to Child AIDS, then performed an analysis of the resulting models to determine the point of equilibrium and stability of the equilibrium point of the mathematical model. Then from this analysis can be found in the behavior of HIV AIDS future. The method used to analyze the problem is with the literature. Steps is to determine the problem, formulate, library research, problem solving analysis, and conclusion. The mathematical model in this paper has two cases, when the point in the case of disease-free equilibrium is locally asymptotically stable under certain conditions, while around the endemic equilibrium point is locally asymptotically stable in all conditions.

PENDAHULUAN

Persamaan diferensial dapat didefinisikan sebagai suatu persamaan yang memuat satu atau lebih turunan dari suatu fungsi yang tidak diketahui (Nagle *et al.*, 2012). Persamaan diferensial juga dapat digolongkan menjadi persamaan diferensial linear dan nonlinear. Waluya (2006) menyatakan Kebanyakan masalah-masalah yang muncul di dalam persamaan diferensial adalah bagaimana menemukan solusi eksak (analitik) dari model-model matematika yang diperoleh dari masalah nyata.

Salah satu masalah yang dapat dimodelkan dengan persamaan diferensial yaitu penularan HIV/AIDS dari ibu ke anak. AIDS adalah singkatan dari *Acquired Immune Deficiency Syndrom* (sindrom cacat dapatkan pada imunitas). Ini adalah infeksi virus yang bisa menyebabkan kerusakan yang parah dan tidak dapat diobati pada sistem imunitas, sehingga korbannya terbuka terhadap infeksi dan kanker tertentu (Webber & Ferriman, 1990).

AIDS disebabkan oleh virus Human Immunodeficiency Virus (HIV) yaitu virus yang menyerang sistem kekebalan tubuh manusia (Prat, 1995). AIDS muncul setelah virus HIV menyerang sistem kekebalan tubuh selama lima hingga sepuluh tahun atau lebih. Sistem kekebalan tubuh menjadi lemah, dan satu atau lebih penyakit dapat timbul. Karena lemahnya sistem kekebalan tubuh tadi, beberapa penyakit bias menjadi lebih berat daripada biasanya (Murni *et al.*, 2009).

Model penularan penyakit HIV AIDS pada penulisan ini memiliki perbedaan dengan penularan penyakit, misalnya Flu burung, diare, Malaria, dan lain-lain. Perbedaan ini didasari proses penularan HIV AIDS memiliki 2 tahap terinfeksi penyakit, yaitu HIV dan kemudian AIDS. (Basavarajaiah & Maheshappa, 2012) mengatakan pengobatan penularan penyakit HIV AIDS dapat dimodelkan ke dalam model matematika yaitu model SIPTA (*Susceptible, Infected, Pre-AIDS, Treatment, AIDS*). Model SIPTA memperhatikan pendekatan compartmental (pembagian kelas) maka populasi dibagi kedalam lima kelas yakni *susceptible, infected, pre-AIDS, treatment, AIDS*.

Pembagian kelas epidemi, model SIPTA menggambarkan alur pengobatan virus dari kelas *susceptible* maka individu *susceptible* pertama kali akan melewati periode *infeksi* sehingga akan memasuki kelas *infected*. Setelah periode infeksi berakhir, individu dalam kelas

ini akan memasuki kelas *pre-AIDS*. Setelah periode *pre-AIDS* berakhir, individu dalam kelas ini akan memasuki kelas *treatment*, apabila kekebalan tubuh tinggi penderita akan tetap pada kelas *treatment* namun jika kekebalan tubuh rendah maka akan kelas AIDS. Dengan memperhatikan faktor penularan HIV pada model SIPTA maka model pun akan berubah yang kemudian akan dicari solusi sistem dan dianalisis kestabilan sistemnya. Analisis kestabilan dilakukan menggunakan analisis kestabilan lokal yang bertujuan untuk mengetahui kestabilan di sekitar titik kesetimbangannya. Selanjutnya akan dilakukan simulasi model untuk mengetahui gambaran nyata model penularan HIV AIDS.

METODE

Metode yang digunakan adalah studi pustaka yang diawali dengan mencari rujukan-rujukan yang berkaitan persamaan pemodelan matematika biologi. Dari rujukan-rujukan tersebut, dipilih penularan penyakit HIV AIDS dan secara lebih spesifik memilih penularan HIV AIDS dari ibu ke anak. Dari masalah yang ditemukan tersebut disusunlah sebuah metode, dipilihlah metode SIPTA (*Suscepted, Infected, Pre-Aids, Treatment, AIDS*). Setelah mendapatkan persamaan dari metode yang digunakan, barulah dicari titik kesetimbangan, dan kemudian dinalisa kestabilan dari titik kesetimbangan tersebut secara manual dan juga menggunakan bantuan software maple.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Perumusan Model

Daftar variabel-variabel yang digunakan diberikan pada Tabel 1.

Tabel 1. daftar variabel-variabel

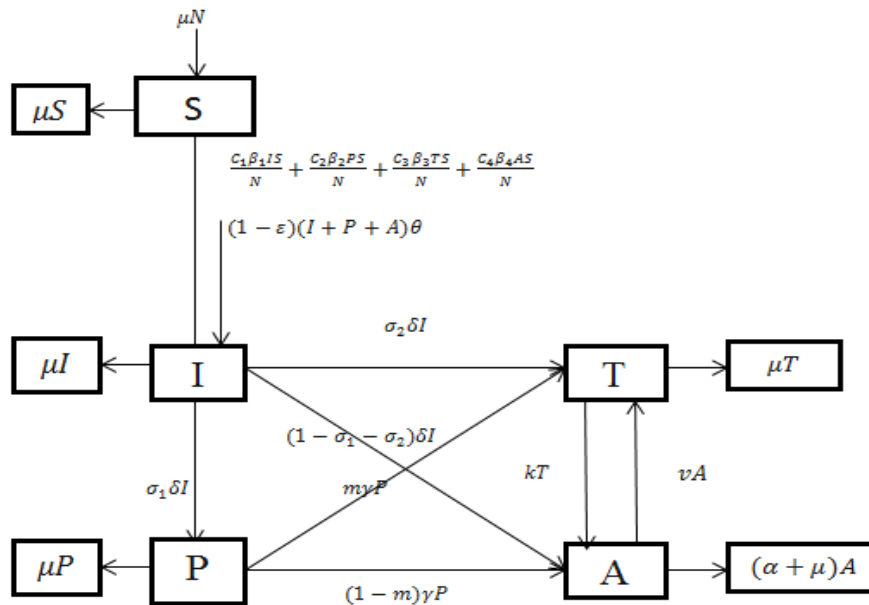
Variabel	Keterangan
$N(t)$	Populasi manusia pada waktu t .
$S(t)$	Populasi manusia yang rentan pada waktu t .
$I(t)$	Populasi manusia yang terinfeksi pada waktu t .
$P(t)$	Populasi manusia yang sudah terkena HIV tetapi belum terkena AIDS pada waktu t .
$T(t)$	Populasi manusia yang terinfeksi diobati pada waktu t .
$A(t)$	Populasi manusia yang terkena AIDS pada waktu t .

Daftar parameter-parameter yang digunakan diberikan pada Tabel 2.

Parameter	Keterangan
π	Laju populasi manusia yang masuk ke dalam populasi rentan.
c	Rata-rata dari pasangan seksual pada waktu t .
β	Laju kontak seksual.
δ	Laju pergerakan kelas infeksi.
ε	Pecahan dari kelahiran baru yang terinfeksi HIV yang mati saat lahir.
θ	Laju dari kelahiran baru yang langsung terinfeksi HIV.

μ	Laju kematian alami.
α	Laju kematian yang dipengaruhi AIDS.
σ_1	Pecahan dari δ yang bergabung ke dalam kelas sebelum AIDS.
σ_2	Pecahan dari δ yang bergabung ke kelas yang diobati.
γ	Laju pergerakan dari kelas sebelum AIDS ke dalam kelas AIDS
v	Laju kelompok AIDS yang memperoleh pengobatan.
m	Pecahan γ yang memperoleh pengobatan
k	Laju kelompok diobati yang menjadi kelompok sepenuhnya terbebas dari AIDS.

Diagram penularan HIV dari ibu ke anak dengan metode SIPTA ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Menunjukkan diagram penularan HIV AIDS dari ibu ke anak dengan metode SIPTA

Dari Gambar 1 dapat ditampilkan dalam sebuah persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \pi N - \frac{c_1\beta_1IS}{N} - \frac{c_2\beta_2PS}{N} - \frac{c_3\beta_3TS}{N} - \frac{c_4\beta_4AS}{N} - \mu S. \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{c_1\beta_1IS}{N} + \frac{c_2\beta_2PS}{N} + \frac{c_3\beta_3TS}{N} + \frac{c_4\beta_4AS}{N} + \\ & (1-\varepsilon)(I+P+A)\theta - \sigma_2\delta I - \mu I - \\ & (1-\sigma_1-\sigma_2)\delta I - \sigma_1\delta I. \\ &= \frac{c_1\beta_1IS}{N} + \frac{c_2\beta_2PS}{N} + \frac{c_3\beta_3TS}{N} + \frac{c_4\beta_4AS}{N} + \\ & (1-\varepsilon)(I+P+A)\theta - (\delta + \mu)I \\ \frac{dP}{dt} &= \sigma_1\delta I - m\gamma P - (1-m)\gamma P - \mu P \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \sigma_1\delta I - (\gamma + \mu)P. \\ \frac{dT}{dt} &= \sigma_2\delta I + m\gamma P + vA - kT - \mu T \\ &= \sigma_2\delta I + m\gamma P + vA - (k + \mu)T. \\ \frac{dA}{dt} &= (1-\sigma_1-\sigma_2)\delta I + (1-m)\gamma P + kT - vA - \\ & (\alpha + \mu)A \\ &= (1-\sigma_1-\sigma_2)\delta I + (1-m)\gamma P + kT - \\ & (v + \alpha + \mu)A. \end{aligned}$$

Untuk menyederhanakan model kita asumsikan bahwa hubungan seksual pada pasien AIDS wanita dan pasien golongan sebelum AIDS

ditiadakan. Oleh sebab itu mereka tidak mampu untuk menghasilkan anak atau $(1 - \varepsilon)\theta P = (1 - \delta)\theta A = 0$. Sehingga diperoleh:

$$\frac{dS}{dt} = \pi N - \frac{c_1\beta_1 IS}{N} - \frac{c_3\beta_3 TS}{N} - \mu S.$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{c_1\beta_1 IS}{N} + \frac{c_3\beta_3 TS}{N} + (1 - \varepsilon)\theta I - (\delta + \mu)I.$$

$$\frac{dP}{dt} = \sigma_1 \delta I - (\gamma + \mu)P$$

$$\frac{dT}{dt} = \sigma_2 \delta I + m\gamma P + vA - (k + \mu)T.$$

$$\frac{dA}{dt} = (1 - \sigma_1 - \sigma_2)\delta I + (1 - m)\gamma P + kT - (v + \alpha + \mu)A.$$

Kemudian kita normalkan model dengan tanpa meniadakan kondisi umumnya.

$$s = \frac{S}{N}, i = \frac{I}{N}, p = \frac{P}{N}, h = \frac{T}{N}, a = \frac{A}{N}.$$

Jelas $s + i + p + t + a = \frac{S}{N} + \frac{I}{N} + \frac{P}{N} + \frac{T}{N} + \frac{A}{N} = \frac{S+I+P+T+A}{N} = 1$.

Sehingga diperoleh:

$$\frac{ds}{dt} = \pi - c_1\beta_1 is - c_3\beta_3 hs - \mu s.$$

$$\frac{di}{dt} = c_1\beta_1 is + c_3\beta_3 hs + (1 - \varepsilon)\theta i - (\delta + \mu)i.$$

$$\frac{dp}{dt} = \sigma_1 \delta i - (\gamma + \mu)p.$$

$$\frac{dh}{dt} = \sigma_2 \delta i + m\gamma p + va - (k + \mu)h.$$

$$\frac{da}{dt} = (1 - \sigma_1 - \sigma_2)\delta i + (1 - m)\gamma p + kh - (v + \alpha + \mu)a.$$

$$s + i + p + h + a = 1.$$

Titik kesetimbangan

Titik kesetimbangan dapat ditentukan dengan membuat $\frac{ds}{dt}, \frac{di}{dt}, \frac{dp}{dt}, \frac{dh}{dt}, \frac{da}{dt}$ pada sistem menjadi nol. Sehingga dapat diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$\pi - c_1\beta_1 is - c_3\beta_3 hs - \mu s = 0 \quad \dots(i)$$

$$c_1\beta_1 is + c_3\beta_3 hs + (1 - \varepsilon)\theta i - (\delta + \mu)i = 0 \quad \dots(ii)$$

$$\sigma_1 \delta i - (\gamma + \mu)p = 0 \quad \dots(iii)$$

$$\sigma_2 \delta i + m\gamma p + va - (k + \mu)h = 0 \quad \dots(iv)$$

$$(1 - \sigma_1 - \sigma_2)\delta i + (1 - m)\gamma p + kh - (v + \alpha + \mu)a = 0 \quad \dots(v)$$

Dari (i) dan (ii) diperoleh

$$\pi + (1 - \varepsilon)\theta i - (\delta + \mu)i - \mu s = 0 \quad \dots(vi)$$

Dari (iv) dan (v) diperoleh $(1 - \sigma_1)\delta i + \gamma p - \mu(h + a) - \alpha a = 0 \quad \dots(vii)$

Dari (vii) dan (iii) diperoleh $\delta i - \alpha a - \mu + \mu s + \mu i = 0 \quad \dots(viii)$

Dari (vi) diperoleh $s = \frac{\pi + (1 - \varepsilon)\theta i - (\delta + \mu)i}{\mu}$.

Dari (viii) diperoleh $a = \frac{(\delta + \mu)i - \mu + \mu s}{\alpha}$.

Substitusikan nilai s pada a diperoleh

$$a = \frac{\pi - \mu + (1 - \varepsilon)\theta i}{\alpha}$$

Dari (iii) diperoleh

$$p = \frac{\sigma_1 \delta i}{\gamma + \mu}$$

Dari (iv) diperoleh

$$h = \frac{\sigma_2 \delta i + m\gamma p + va}{k + \mu}$$

Substitusikan nilai dari s, p, h, a ke dalam (v), sehingga diperoleh:

$$\frac{(k\gamma - \mu\gamma - \mu\sigma_2\gamma + k\mu - k\sigma_1\mu - \mu^2)\alpha\delta i}{(k + \mu)(\gamma + \mu)\alpha} - \frac{(\mu^2\sigma_1 + \mu^2\sigma_2 + \mu m\sigma_1\gamma)\alpha\delta i}{(k + \mu)(\gamma + \mu)\alpha} - \frac{(k\gamma\alpha + k\gamma\mu + \mu\gamma v + \mu\gamma\alpha + \mu^2\gamma)(1 - \varepsilon)\theta i}{(k + \mu)(\gamma + \mu)\alpha} - \frac{(k\mu\alpha + k\mu^2 + \mu^2 v + \mu^2\alpha + \mu^3)(1 - \varepsilon)\theta i}{(k + \mu)(\gamma + \mu)\alpha} - \frac{(\pi - \mu)(k\gamma\alpha + k\gamma\mu + \mu\gamma v + \mu\gamma\alpha + \mu^2\gamma +)}{(k + \mu)(\gamma + \mu)\alpha} - \frac{(k\mu\alpha + k\mu^2 + \mu^2 v + \mu^2\alpha + \mu^3)(\pi - \mu)}{(k + \mu)(\gamma + \mu)\alpha} = 0.$$

Pilih $R_0 = \pi - \mu$.

Misal $M = (k\gamma - \mu\gamma - \mu\sigma_2\gamma + k\mu - k\sigma_1\mu - \mu^2 - \mu^2\sigma_1 - \mu^2\sigma_2 - \mu m\sigma_1\gamma)\alpha\delta$,

$N = (k\gamma\alpha + k\gamma\mu + \mu\gamma v + \mu\gamma\alpha + \mu^2\gamma + k\mu\alpha + k\mu^2 + \mu^2 v + \mu^2\alpha + \mu^3)(1 - \varepsilon)\theta$, dan

$Q = (k\gamma\alpha + k\gamma\mu + \mu\gamma v + \mu\gamma\alpha + \mu^2\gamma + k\mu\alpha + k\mu^2 + \mu^2 v + \mu^2\alpha + \mu^3)$.

Kasus $R_0 = 0$.

Diperoleh titik ekulibrium $E_0(s, i, p, h, a) = (1, 0, 0, 0, 0)$.

Kasus $R_0 \neq 0$.

Diperoleh titik kesetimbangan $E_1 =$

$(\bar{s}, \bar{i}, \bar{p}, \bar{h}, \bar{a})$ dengan

$$\bar{s} = \frac{(\pi + (1 - \varepsilon)\theta R_0 Q - (\delta + \mu)R_0 Q)\mu}{M - N}$$

$$\bar{i} = \frac{R_0 Q}{M - N}$$

$$\bar{p} = \frac{\sigma_1 \delta R_0 Q (\gamma + \mu)}{M - N}$$

$$\bar{h} = \frac{(k + \mu)(\sigma_2 \delta R_0 Q + m\gamma \sigma_1 \delta R_0 Q (\gamma + \mu))}{M - N} +$$

$$\bar{a} = \frac{v(1 + (1 - \varepsilon)\theta Q)R_0\alpha}{M - N} + \frac{R_0 + (1 - \varepsilon)\theta \frac{R_0 Q}{M - N}}{\alpha}$$

Analisis Kestabilan

Untuk titik kesetimbangan bebas penyakit $E_0 = (1,0,0,0,0)$ diperoleh matriks jacobian sebagai berikut:

$$E_0 = \begin{pmatrix} -\mu & -c_1\beta_1 & 0 & -c_3\beta_3 & 0 \\ 0 & A & 0 & c_3\beta_3 & 0 \\ 0 & \sigma_1\delta & -D & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2\delta & m\gamma & -G & v \\ 0 & B & H & k & C \end{pmatrix}$$

Dengan $A = c_1\beta_1 + (1 - \varepsilon)\theta - (\delta + \mu)$,
 $B = (1 - \sigma_1 - \sigma_2)\delta$,
 $D = \gamma + \mu$,
 $G = k + \mu$,
 $H = (1 - m)\gamma$, dan
 $C = -(v + \alpha + \mu)$.

Untuk mencari nilai eigen dari matriks tersebut dibentuk polinomial karakteristik dari determinan berikut:

$$P(\lambda) = \det(\lambda I - J(E_0)) = 0.$$

Sehingga diperoleh:

$$\begin{vmatrix} \lambda + \mu & -c_1\beta_1 & 0 & -c_3\beta_3 & 0 \\ 0 & \lambda - A & 0 & c_3\beta_3 & 0 \\ 0 & \sigma_1\delta & \lambda + D & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2\delta & m\gamma & \lambda + G & v \\ 0 & B & H & k & \lambda - C \end{vmatrix} = 0$$

Setelah melalui proses penghitungan aljabar diketahui, titik kesetimbangan E_0 stabil asimtotik local saat $R_0 = 0$ dengan $\mu = 0$ dan keadaan selain itu tidak stabil.

Untuk titik kesetimbangan di sekitar endemic $E_1 = (\bar{s}, \bar{i}, \bar{p}, \bar{h}, \bar{a})$ diperoleh matriks jacobian sebagai berikut:

$$E_1 = \begin{pmatrix} -K - \mu & -L & 0 & -c_3\beta_3 & 0 \\ 0 & F & 0 & c_3\beta_3 & 0 \\ 0 & \sigma_1\delta & -D & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2\delta & m\gamma & -G & v \\ 0 & B & H & k & C \end{pmatrix}$$

Dengan

$$K = \frac{(c_1\beta_1 R_0 Q - c_3\beta_3)(k + \mu)\sigma_2\delta R_0 Q}{M - N} + \frac{m\gamma\sigma_1\delta R_0 Q(\gamma + \mu)(c_1\beta_1 R_0 Q - c_3\beta_3)}{M - N} + \frac{(c_1\beta_1 R_0 Q - c_3\beta_3)(k + \mu)((1 - \varepsilon)\theta Q R_0 v\alpha)}{M - N} + \frac{(c_1\beta_1 R_0 Q - c_3\beta_3)(k + \mu)vR_0 v\alpha}{M - N},$$

$$L = \frac{c_1\beta_1(\pi + (1 - \varepsilon)\theta R_0 Q - (\delta + \mu)R_0 Q)\mu}{M - N},$$

$$F = \frac{c_1\beta_1(\pi + (1 - \varepsilon)\theta R_0 Q - (\delta + \mu)R_0 Q)\mu}{M - N} + (1 - \varepsilon)\theta - (\delta + \mu),$$

Untuk mencari nilai eigen dari matriks tersebut dibentuk polinomial karakteristik dari determinan berikut:

$$P(\lambda) = \det(\lambda I - J(E_0)) = 0.$$

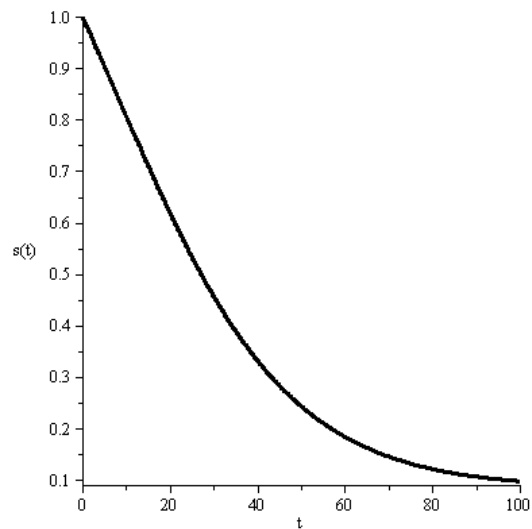
Sehingga diperoleh:

$$\begin{vmatrix} \lambda + K + \mu & -L & 0 & -c_3\beta_3 & 0 \\ 0 & F & 0 & c_3\beta_3 & 0 \\ 0 & \sigma_1\delta & \lambda + D & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2\delta & m\gamma & \lambda + G & v \\ 0 & B & H & k & \lambda - C \end{vmatrix} = 0$$

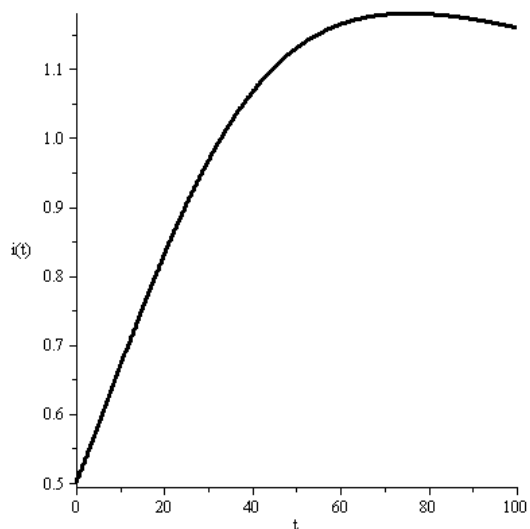
Setelah melalui proses penghitungan aljabar diketahui titik kesetimbangan E_1 stabil asimtotik local saat $R_0 \neq 0$, karenat tidak terdapat.

Simulasi Maple

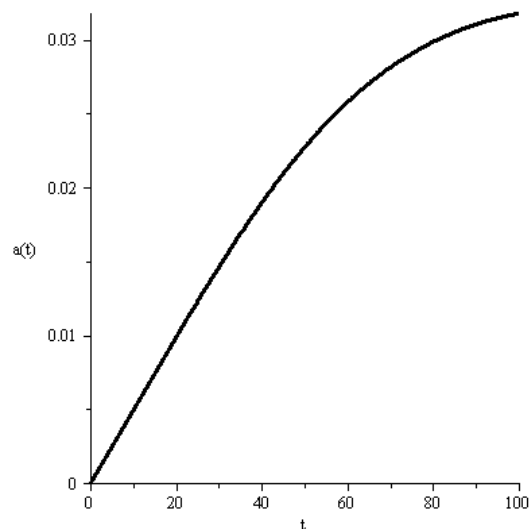
Simulasi maple pada titik kesetimbangan bebas penyakit $E_0 = (1,0,0,0,0)$ ditampilkan pada Gambar 2, Gambar 3, Gambar 4, Gambar 5, dan Gambar 6.



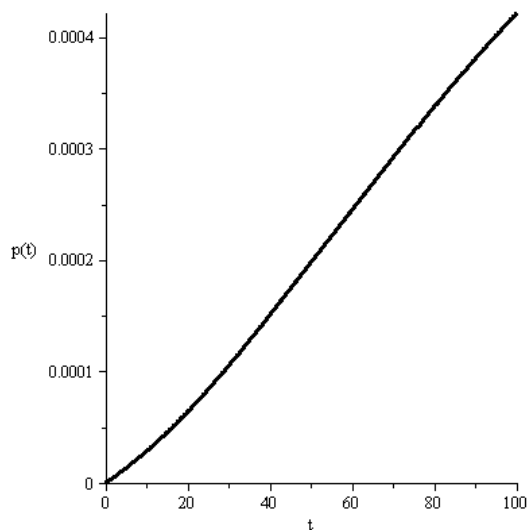
Gambar 2. Menunjukkan populasi rentan pada waktu t.



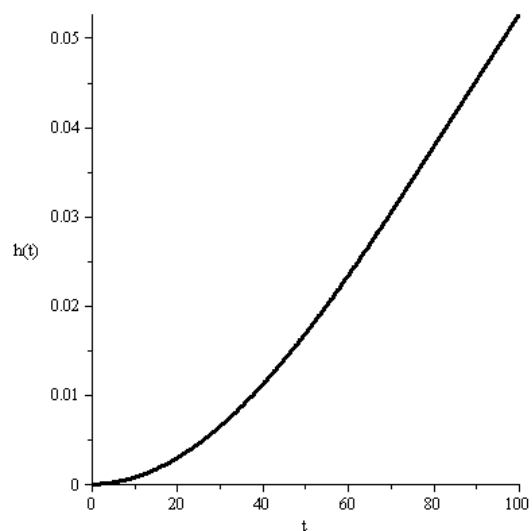
Gambar 3. Menunjukkan populasi terinfeksi pada waktu t .



Gambar 5. Menunjukkan populasi yang diobati pada waktu t .

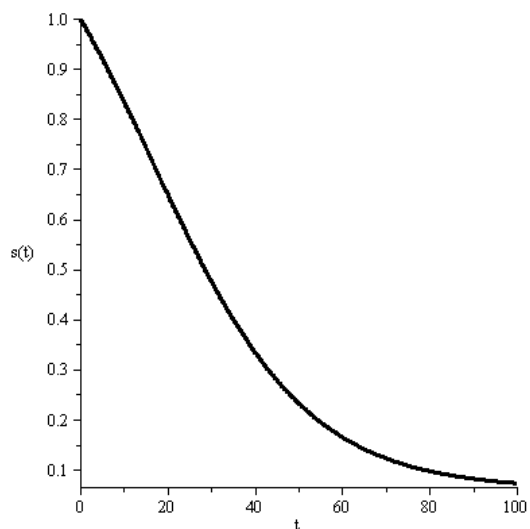


Gambar 4. Menunjukkan populasi sebelum terkena AIDS pada waktu t .

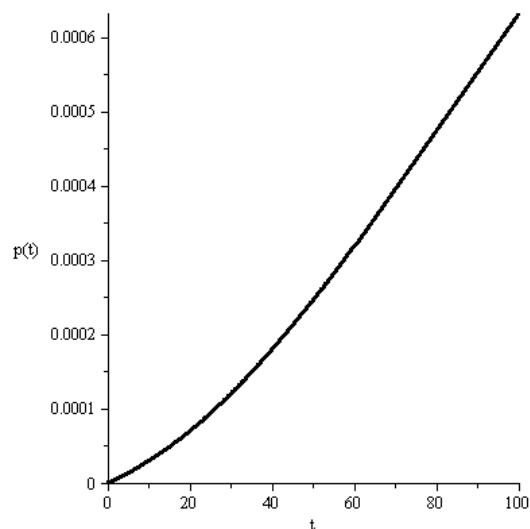


Gambar 6. Menunjukkan populasi terkena AIDS pada waktu t .

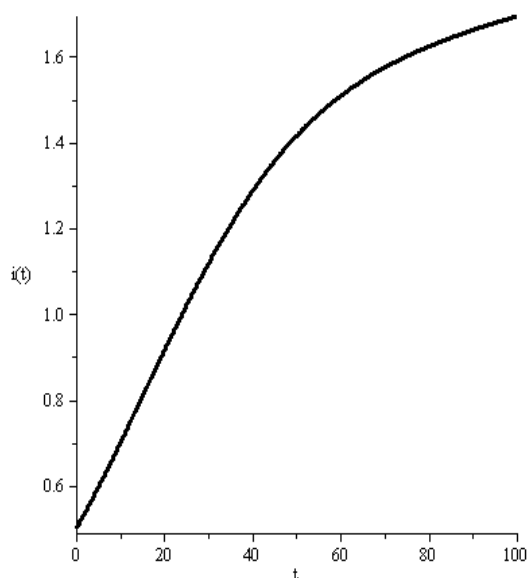
Simulasi maple pada titik kesetimbangan di sekitar endemik $E_1 = (\bar{s}, \bar{i}, \bar{p}, \bar{h}, \bar{a})$. ditampilkan pada Gambar 7, Gambar 8, Gambar 9, Gambar 10, dan Gambar 11.



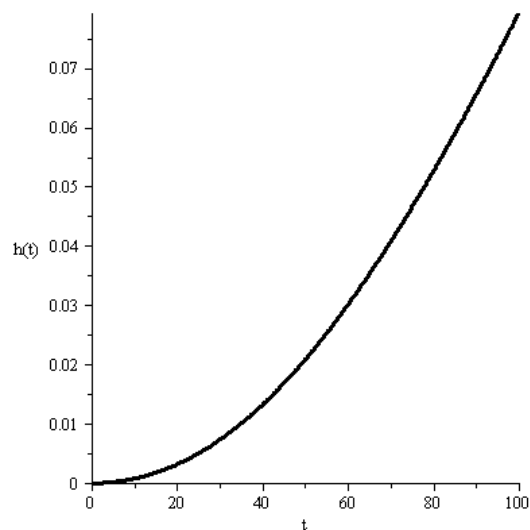
Gambar 7. Menunjukkan populasi rentan pada waktu t .



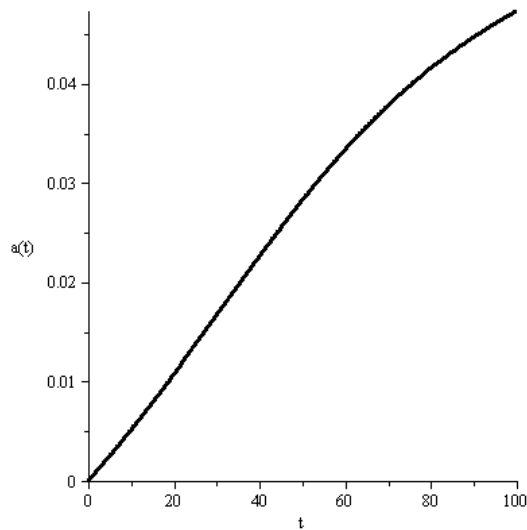
Gambar 9. Menunjukkan populasi sebelum terkena AIDS pada waktu t .



Gambar 8. Menunjukkan populasi terinfeksi pada waktu t .



Gambar 10. Menunjukkan populasi yang diobati pada waktu t .



Gambar 11. Menunjukkan populasi terkena AIDS pada waktu t.

DAFTAR PUSTAKA

Basavarajaiah & Maheshappa. 2012. *Mathematical Model Approach to HIV/AIDS Transmission From Mother to Child*. International Journal of Scientific & Technology Research, Vol. 1: 52-61.

Nagle, R. K., Saff, E. B., & Snider, A. D. 2012. *Fundamentals of Differential Equations*. Boston: Addison-Wesley.

Prat, Robert. 1995. *HIV and AIDS A Strategy for Nursing Care*. New York: Anthony Inc.

Murni, S., dkk. 2009. *Hidup dengan HIV/AIDS*. Jakarta: Spiritia.

Waluya, S.B. 2006. *Persamaan Diferensial*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Webber, J & Ferriman, A. 1990. *AIDS dan Anda*. Jakarta: Arcan.

KESIMPULAN

Dari model penularan HIV AIDS dari ibu ke anak dengan metode SIPTA pada populasi konstan, diperoleh $R_0 = \pi - \mu$. Pada saat $R_0 = 0$ model tersebut memiliki titik ekuilibrium bebas penyakit $E_0 = (s, i, p, h, a) = (1, 0, 0, 0, 0)$ yang bersifat asimtotik lokal. Kemudian pada saat $R_0 \neq 0$ model tersebut memiliki titik ekuilibrium $E_1 = (\bar{s}, \bar{i}, \bar{p}, \bar{h}, \bar{a})$ dengan

$$\bar{s} = \frac{(\pi + (1 - \varepsilon)\theta R_0 Q - (\delta + \mu)R_0 Q)\mu}{M - N}$$

$$\bar{i} = \frac{R_0 Q}{M - N}$$

$$\bar{p} = \frac{\sigma_1 \delta R_0 Q (\gamma + \mu)}{M - N}$$

$$\bar{h} = \frac{(k + \mu)(\sigma_2 \delta R_0 Q + m\gamma \sigma_1 \delta R_0 Q (\gamma + \mu))}{M - N} + \frac{(v(1 + (1 - \varepsilon)\theta Q)R_0 \alpha)}{M - N}$$

$$\bar{a} = \frac{R_0 + (1 - \varepsilon)\theta \frac{R_0 Q}{M - N}}{\alpha}$$

Dimana

$$M = (k\gamma - \mu\gamma - \mu\sigma_2\gamma + k\mu - k\sigma_1\mu - \mu^2 - \mu^2\sigma_1 - \mu^2\sigma_2 - \mu m\sigma_1\gamma)\alpha\delta,$$

$$N = (k\gamma\alpha + k\gamma\mu + \mu\gamma v + \mu\gamma\alpha + \mu^2\gamma + k\mu\alpha + k\mu^2 + \mu^2 v + \mu^2\alpha + \mu^3)(1 - \varepsilon)\theta,$$

$$Q = (k\gamma\alpha + k\gamma\mu + \mu\gamma v + \mu\gamma\alpha + \mu^2\gamma + k\mu\alpha + k\mu^2 + \mu^2 v + \mu^2\alpha + \mu^3), \text{ dan}$$

$$R_0 = \pi - \mu.$$

Dimana saat $R_0 \neq 0$ titik ekuilibrium $E_1 = (\bar{s}, \bar{i}, \bar{p}, \bar{h}, \bar{a})$ bersifat asimtotik lokal.